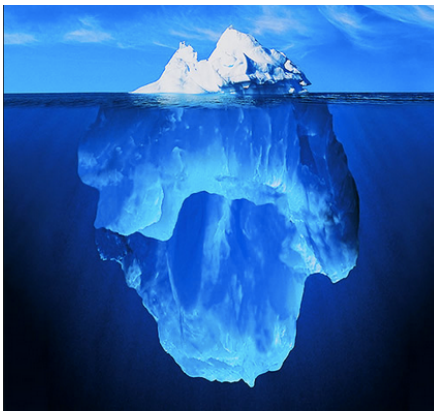
Dynamique du point en référentiel galiléen

Exercice n°1 (★)

On considère un iceberg dont on peut voir un dessin sur le figure ci-dessous.

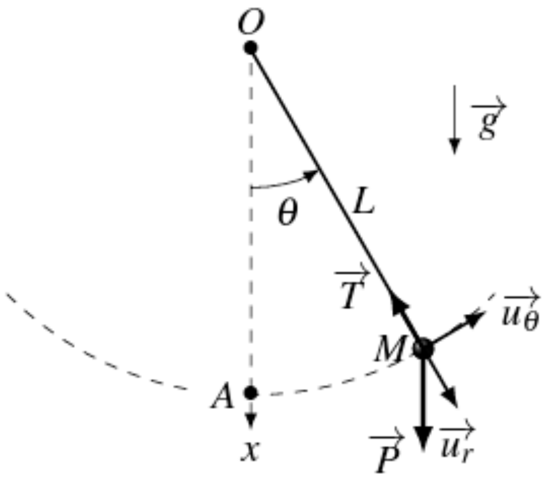


La ligne horizontale représente la surface de l'eau. On note V le volume total de l'iceberg et V_I le volume immergé, $\rho_G = 0{,}92\times10^3\ kg.m^{-3}$ la masse volumique de la glace et $\rho_L = 1{,}02\times10^3\ kg.m^{-3}$ celle de l'eau salée.

1. Établir les expressions de la poussée d'Archimède et de la force de pesanteur qui s'applique sur l'iceberg.
2. Déterminer la proportion volumique de glace immergée.

Exercice n°2 (★)

On considère un solide de petite taille et de masse m attaché à un fil. L'autre extrémité du fil est attaché à un point fixe O. A l'instant initial, on lâche le solide sans vitesse initiale d'une position effectuant un angle θ_0 avec la verticale.

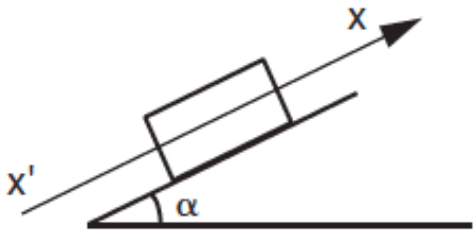


On modélise le solide par un point matériel M et le fil par un fil inextensible, sans masse et sans rigidité (fil idéal). On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les frottements de l'air sont négligés.

1. Établir l'équation différentielle du mouvement.
2. Linéariser cette équation dans le cas de petites oscillations.
3. Résoudre l'équation dans ce cas.
4. Construire le portrait de phase $\dot{\theta} = f(\theta)$.

Exercice n°3 (★)

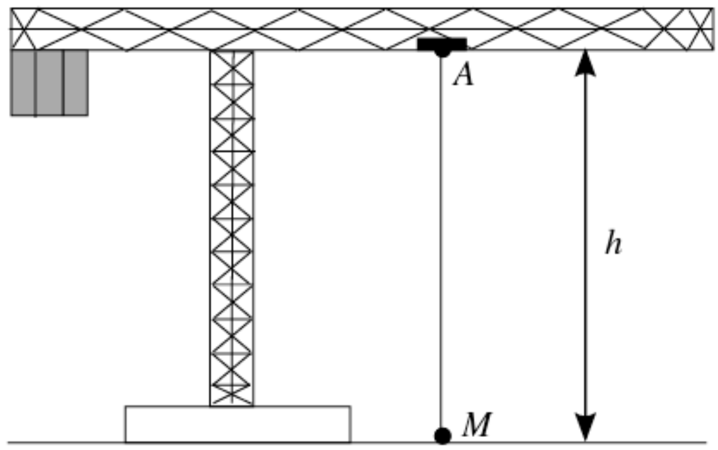
La figure ci-dessous représente une portion de plan incliné sur l'horizontale d'un angle α. Un chariot de masse m est mobile sans frottement sur des rails posés parallèlement à une ligne de plus grande pente du plan. Sa position est repérée sur l'axe $(x'Ox)$ par l'abscisse x de son centre d'inertie G qui est nulle à l'instant initial.



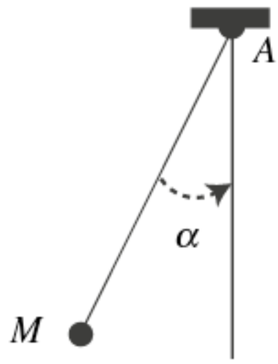
On lance le chariot vers le haut à une vitesse $\overrightarrow{v_0}$. Pour quelle valeur de v_0, exprimée en fonction de g, a et α la vitesse du chariot s'annule-t'elle au point A d'abscisse $x = a$?

Exercice n°4 (★★)

Une grue de chantier de hauteur h doit déplacer d'un point à un autre du chantier une charge de masse m assimilée à son centre de gravité M. Le point d'attache du câble sur le chariot de la grue est noté A.



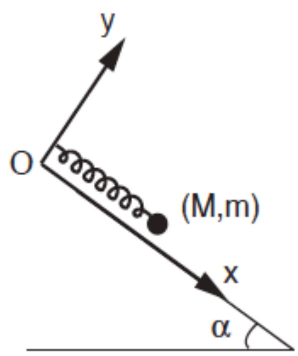
1. Le point A est à la verticale de M posé sur le sol. Déterminer la tension à appliquer au câble pour qu'il arrache très doucement le point M du sol.
2. L'enrouleur de câble de la grue le remonte avec une accélération verticale a_v constante. Déterminer la tension du câble. Conclusion.
3. La montée de M est stoppée à mi-hauteur mais le chariot A se met en mouvement sur la droite avec une accélération a_h constante.



a. Quelle est l'accélération de M sachant que M est alors immobile par rapport à A ?
b. Déterminer l'angle α que fait le câble avec la verticale en fonction de m, g, a_h et la tension du fil.

Exercice n°5 (★★)

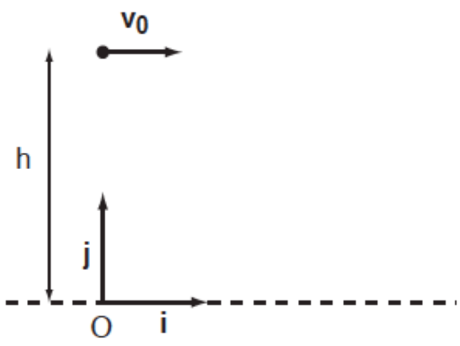
On considère un ressort de raideur k et de longueur au repos l_0, dont les extrémités sont reliées à un point fixe O et à un point matériel M de masse m. On suppose qu'il n'existe pas de frottement de glissement sur le plan incliné. Soit un axe (Ox) parallèle au plan incliné (voir la figure).



1. Déterminer l'abscisse x_e du point M à l'équilibre en fonction de l_0, m, g, k et α.
2. A partir de la position d'équilibre, M est déplacé d'une distance d comptée algébriquement sur (Ox) et lâché sans vitesse initiale. Etablir l'équation horaire $x(t)$ en fonction de d, m, k et x_e.

Exercice n°6 (★★)

Un avion se déplaçant horizontalement par rapport au sol, largue une bombe à l'instant $t=0$. La bombe sera considérée ici comme un point matériel de masse m. On introduit un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ correspondant au plan de largage de la bombe. On suppose qu'à l'instant $t=0$, l'avion survole le point O à une altitude h avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$.



On donne :

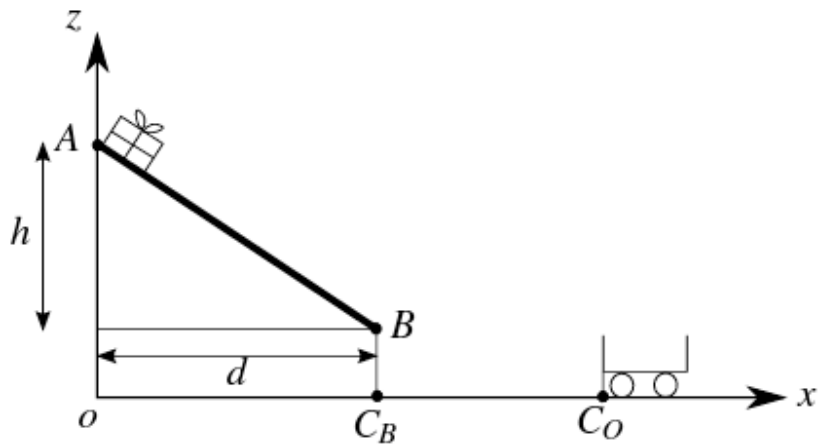
$$h = 300\ m\ ;\ g = 9{,}81\ m.s^{-2}\ ;\ v_0 = 200\ m.s^{-1}$$

1. Déterminer l'instant t_0 de l'impact au sol ainsi que les coordonnées du point d'impact.
2. Reprendre la même question en supposant qu'il existe désormais une force de frottement fluide due à l'air.

$$\vec{f} = -k\vec{v}$$

Exercice n°7 (★★★)

Une personne participant à un jeu télévisé doit laisser glisser un paquet sur un toboggan, à partir du point A de manière à ce qu'il soit réceptionné, au point B, par un charriot se déplaçant le long de l'axe (Ox). On néglige les frottements de l'air. Le toboggan exerce sur le paquet, non seulement une réaction normale $\overrightarrow{R_N}$, mais aussi une réaction tangentielle $\overrightarrow{R_T}$ (frottements solides) telle que $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f \times \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$ avec $f = 0{,}5$.



Le chariot part du point C_0 à l'instant $t = 0$, vers la gauche avec un vitesse $v_C = 0{,}5\ m.s^{-1}$.
Arrivée en C_B, il s'arrête pendant un intervalle de temps $\delta t = 1\ s$.
La hauteur du toboggan est $h = 4\ m$, la distance d est égale à h et $C_0C_B = 2\ m$. La masse du paquet est $m = 10\ kg$ et $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

1. On pose $X = AP$ où P est la position du paquet à l'instant t. Déterminer $X(t)$. En déduire le temps mis par le paquet pour arriver en B.
2. À quel instant le joueur doit-il lâcher le paquet, sans vitesse initiale, pour qu'il tombe dans le chariot ?

Exercice n°8 (★★★)

Une bille en acier (de masse volumique $\rho_a = 7900\ kg.m^{-3}$), de rayon $R = 5\ mm$ tombe dans de la glycérine de masse volumique $\rho_g = 1260\ kg.m^{-3}$. La bille subit, lorsqu'elle possède la vitesse $\vec{v}$, une force de frottement fluide

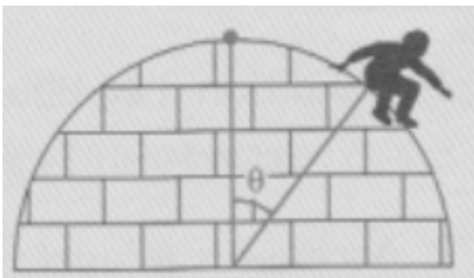
$$\vec{f} = -k\vec{v}$$

avec $k = 6\pi R\eta$ où η est une constante appelée viscosité dynamique de la glycérine. L'accélération de la pesanteur vaut : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

1. Établir les équations du mouvement de la bille.
2. Exprimer la durée τ du régime transitoire, ainsi que la vitesse limite $\vec{v_l}$ de la bille.
3. L'expérience est réalisée dans un tube vertical contenant de la glycérine. On lâche la bille à la surface du liquide choisie comme référence des altitudes, puis on mesure la durée $\Delta t = 1{,}6\ s$ mise pour passer de l'altitude $z_1 = 40\ cm$ à l'altitude $z_2 = 80\ cm$. En déduire l'expression puis la valeur de la viscosité η .
4. Pourquoi ne pas avoir réalisé de mesure depuis la surface ?
5. Que vaut numériquement τ ? Commenter.
6. Pourquoi avoir choisi de la glycérine plutôt que de l'eau ?

Exercice n°9 (★★★)

Un enfant de masse m glisse sans frottement sur un igloo sphérique de rayon R . L'enfant commence à glisser à $t = 0$ à partir du sommet sans vitesse initiale. On supposera l'enfant décrit correctement par un point matériel M . L'enfant est repéré à l'instant t par l'angle $\theta(t)$.



1. Faire le bilan des forces sur l'enfant.
2. Écrire le principe fondamental de la dynamique pour l'enfant, en projection sur la base polaire.
3. Laquelle des deux équations est la plus facilement exploitable ?
4. Intégrer cette relation. En déduire une relation entre $\dot{\theta}(t)$ et $\theta(t)$.

   Indication : l'équation $\ddot{\theta} = A\sin(\theta)$ s'intègre facilement après multiplication par $\dot{\theta}$, en n'oubliant pas la constante d'intégration.
5. Donner l'expression de la réaction de l'igloo sur l'enfant en fonction de sa position θ .
6. L'enfant décolle-t-il ? Si oui, pour quel angle ? On fera l'application numérique en degrés.

Exercice n°10 (★ ★ ★)

Un avion de chasse de masse $m = 9\,tonnes$ en panne de freins atterrit à une vitesse $v_a = 241\,km.h^{-1}$. Une fois au sol, il est freiné en secours par un parachute de diamètre $D = 3\,m$ déployé instantanément par le pilote au moment où les roues touchent le sol. ON néglige des forces de frottements des roues sur le sol par rapport à la force de traînée (frottements fluides) du parachute qui s'écrit :

$$T = \frac{\rho s C_x v^2}{2}$$

avec v la vitesse de l'avion, S la surface projetée du parachute sur un plan perpendiculaire à la vitesse (surface apparente), C_x le coefficient de trainée supposé constant et égal à $1{,}5$, $\rho = 1{,}2\,kg.m^{-3}$ la masse volumique de l'air.

1. On considère que le réacteur ne délivre plus aucune poussée.
   a. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la vitesse v de l'avion.
   b. En déduire l'expression de la vitesse en fonction du temps. On prendra comme origine des temps la date à laquelle les roues de l'avion touchent le sol.
   c. Montrer que la force de trainée n'est pas suffisante pour stopper complètement l'avion.
2. Dans le cas où les freins fonctionnent, la distance d'atterrissage de l'avion est de l'ordre de $d = 1400\,m$. Déterminer la vitesse atteinte par l'avion après avoir été freiné uniquement par le parachute sur cette distance.